

Colegiul Național "Mircea cel Bătrân" Constanța

Concursul Național de Matematică "N. N. Mihăileanu"

Ediția a XVII-a, 28 mai 2016

Clasa a X-a

Subiectul 1

Să se determine termenul general al șirului $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ definit prin $a_0=1$ și $a_n=-\sum_{k=1}^{n}\frac{a_{n-k}}{k!}$, $\forall n\geq 1$.

* * *

Subiectul 2

Să se rezolve ecuația $[\log_2 x]-[\log_4 x]=100$, $x>0$, unde $[a]$ reprezintă partea întragă a numărului a.

Constantin Caragea

Subiectul 3

Fie $z_1, z_2, z_3\in\mathbf{C}^*$, distincte, cu $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$. Să se arate că dacă $\mathrm{Re}(z_1\overline{z_2}+z_2\overline{z_3}+z_3\overline{z_1})=-\frac{3}{2}$ atunci z_1, z_2, z_3 sunt afixele vârfurilor unui triunghi echilateral.

Gheorghe Andrei

Subiectul 4

Fie $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ cu proprietatea că $f\left(x^2+y+f(y)\right)=2y+(f(x))^2$, pentru orice $x,y\in\mathbf{R}$.

a) Arătați că $f(0)=0$.

b) Determinați funcția f.

* * *

Notă. Timp de lucru: 3 ore.
Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare problemă are 7 puncte.